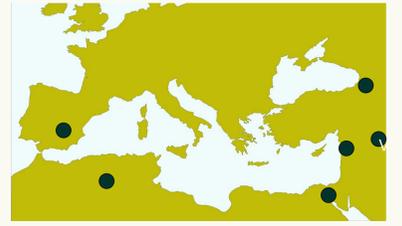


L'ALGÈBRE ARABE



L'algèbre

Du VII^e au XII^e siècle, l'algèbre est la branche des mathématiques portant sur des équations du premier ou du deuxième degré en vue de les réduire à une forme canonique et de les résoudre. L'innovation majeure est l'introduction du concept "d'équation".

L'algèbre arabe

L'algèbre arabe est celle des mathématiciens ayant rédigé leur œuvre en **langue arabe** : perses, juifs, berbères, ... On les trouve à Bagdad, au Khwarizm (mer d'Aral), en Egypte, en Perse, en Syrie, au Maghreb, dans la péninsule ibérique, ...

800

Muhammad Al-Khwarizmi (780 – 850)

Résolution de problèmes du second degré



Pas de symbolisme, pas de coefficient ni de solution négatifs, la résolution algorithmique est démontrée de manière géométrique.

En utilisant trois termes al-māl (bien), al jidhr (racine) et al-'adad (nombre), qui selon la représentation actuelle correspondent à x^2 , x et *nombre*, Al-Khwārizmī définit six équations canoniques à coefficients positifs, selon un ordre qui tient compte de la nature et du nombre d'éléments dans les deux membres de l'équation. Il présente la méthode de résolution de ces équations, puis prouve l'existence des seules solutions positives de manière géométrique.

Muhammad Al Khwarizmī appartient au groupe de mathématiciens et philosophes qui, à la fin du VIII^e siècle, travaillent au sein de la Maison de la Sagesse à Bagdad. Le mot « **algèbre** » (al-jahr) provient du titre de son œuvre maîtresse « *al-jabr wa'l muqabala* » (الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة) (*réduction et balancement*). Le mot « **algorithme** » n'est autre qu'une déformation de son nom, signifiant "originaire du Khwarizm".

900

Abū Kāmil (850 - 930)

Utilisation de coefficients et racines irrationnels.

Surnommé le calculateur égyptien, son livre le plus important est le Kitāb al-kāmil fi l-jabr (Le livre complet en algèbre). Il étudie des systèmes de plusieurs équations à plusieurs inconnues. Ses travaux ont inspiré Fibonacci.

Abū Bakr-al-Karajī (953 - 1030) Émergence du calcul formel

Appliquer aux inconnues, les calculs sur les connues, pour établir une théorie du calcul formel.

L'algèbre arabe commence à se libérer de la géométrie. Al-Karajī est conscient du fait que cette rupture nécessite de fonder la nouvelle discipline sur un socle permettant de définir les nouveaux objets (variables et opérations abstraites), et de justifier les calculs indépendamment des fondements axiomatiques de la géométrie,

Ses grands traités sont Al Fakhri fi'l-jabr wa'l muqabala, Al-Badi fi'l hisab et *Al-Kafi fi'l-hisab* ; il y reprend la théorie des équations du second degré d'Al Khwarizmi, l'algèbre dans la tradition de Diophante et celle d'Abū Kāmil. On y trouve le système décimal de position et l'étude de l'algèbre des polynômes : il pose les règles des quatre opérations (+, -, x, :) par analogie avec celles du calcul sur les nombres. Il introduit l'argument de "récurrence" pour démontrer la formule donnant la somme des n premiers cubes.

1000

As-Samaw'al (1130 - 1180)

Des tableaux objets de calculs.

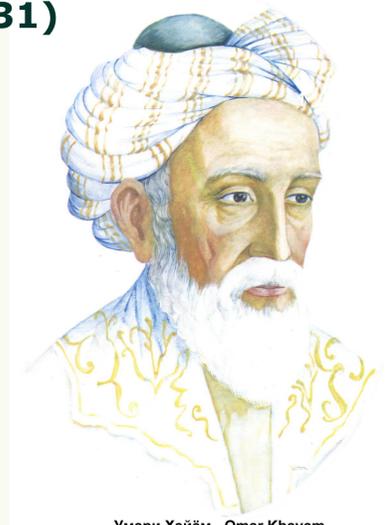
Dans son traité al-Bahir fi'l-jabr (*livre flamboyant de l'algèbre*), il poursuit les travaux d'Al Karajī et développe des techniques opératoires sur les polynômes, qu'il présente sous forme de tableaux de coefficients. Il utilise les exposants négatifs. Il pratique aussi des raisonnements par "récurrence".

Illustration de *al-Bahir fi'l-jabr* de al-Samaw'all, provenant du site web *Monde arabe*

Omar al-Khayyām (1048 – 1131) le poète et les équations cubiques

L'algèbre comme une science à part entière, celle des équations, bien distincte de la science du calcul et de la géométrie.

Toujours sans symbolisme, il opère une classification reposant sur le degré et le nombre de termes. Comme ses prédécesseurs, il n'envisage pas de coefficients négatifs ; il obtient vingt-cinq équations canoniques. Onze de ces équations se réduisent aux formes canoniques du second degré. Il en reste donc quatorze, pour lesquelles Omar Khayyām analyse les conditions d'existence de solutions (c'est-à-dire de racines réelles et positives) et en établit l'existence.

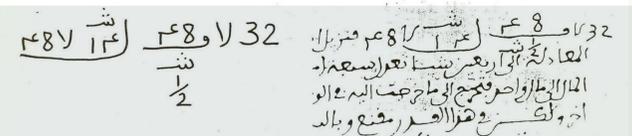


Умари Хайём - Omar Khayam

1100

Écriture symbolique

L'utilisation du symbolisme littéral algébrique date du XII^e siècle ; il a commencé au Maghreb et en al-Andalus.



Manuscrit anonyme contenant une équation écrite à l'aide des symboles algébriques utilisés au Maghreb entre le XII^e et le XIX^e siècle. Iconographie CNRS

1200

Sharaf al-Dīn al-Tūsī (mort en 1213)

Classification des équations cubiques selon leur nombre de solutions, utilisation d'une équation auxiliaire pour établir l'existence des solutions.

Cette équation auxiliaire correspond exactement à celle que l'on obtiendrait aujourd'hui en dérivant un polynôme du second degré associé à une équation cubique et en annulant cette dérivée. Mais dans l'ouvrage qui nous est parvenu, rien n'est dit des démarches qui ont permis d'aboutir à cette équation auxiliaire.

Pour en savoir plus

